Ley de Newton

$$Masa \times Aceleración = Fuerza$$

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F}$$

Fuerzas

$F = m \cdot a$

$a = F / m$

$$\sum \frac{\vec{F}}{m} = \text{F Presión + F Coriolis + F gravedad + F marea + F fricción}$$

$$\sum \frac{\vec{F}x}{m} = \text{F Presión – fv + F gravedad + F marea + F fricción}$$

$$\sum \frac{\vec{F}y}{m} = \text{F Presión + fu + F gravedad + F marea + F fricción}$$

$$f = 2\Omega sen\varphi$$

Aceleración

$$\vec{a} = \left(\frac{du}{dt} , \frac{dv}{dt} \right)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial y} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{dv}{dt} = \underbrace{\frac{\partial v}{\partial t}}_{\text{Local}} + \underbrace{u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}}_{\text{Advección}}$$

Aceleración

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} \quad = FP_X + Ffricc_X + g_X$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} \quad = FP_Y + Ffricc_Y + g_Y$$

Cambio temporal y Aceleración

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial y} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial y} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

Local — Advección

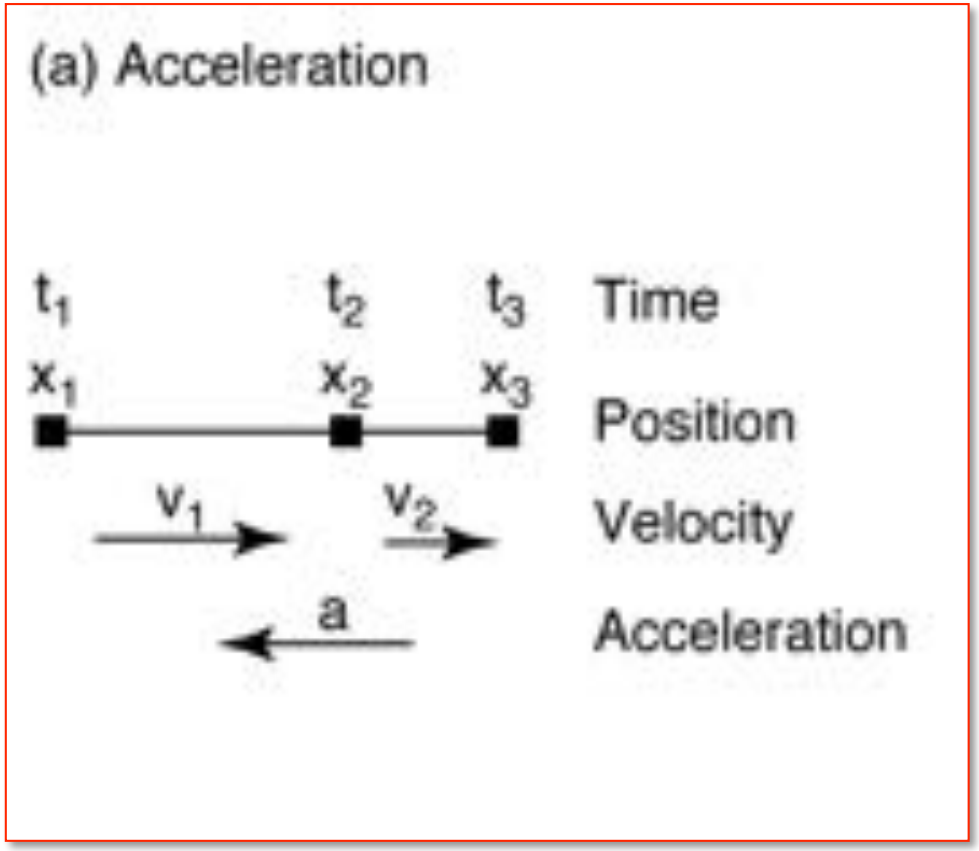
- Cambio Temporal (local): Es el cambio de una propiedad en el tiempo, por ejemplo, Temperatura o Calor $Q = \rho c_p T$:

$$\Delta T/\Delta t \Rightarrow \partial T/\partial t$$

$$\Delta Q/\Delta t \Rightarrow \partial Q/\partial t$$

(Las unidades son variable/s, calor/s, J/s, W)

Cambio temporal y Aceleración



- Aceleración: El cambio de la velocidad en el tiempo

$$\Delta u/\Delta t \Rightarrow \partial u/\partial t$$

(Las unidades son velocidad/s, o sea, m/s^2)

Advección

- Mueve “variables” - temperatura, salinidad, oxígeno, momentum, etc.
- Al mover algo, se debe cambiar su valor en la siguiente posición. Sólo podemos hacerlo si hay una diferencia (“gradiente”) en la variable desde un punto al siguiente
- La advección es proporcional a la velocidad y en la misma dirección que la velocidad
- e.g. $u\,\Delta T/\Delta x$ or $u\,\partial T/\partial x$ es la advección de temperatura en la dirección *x*

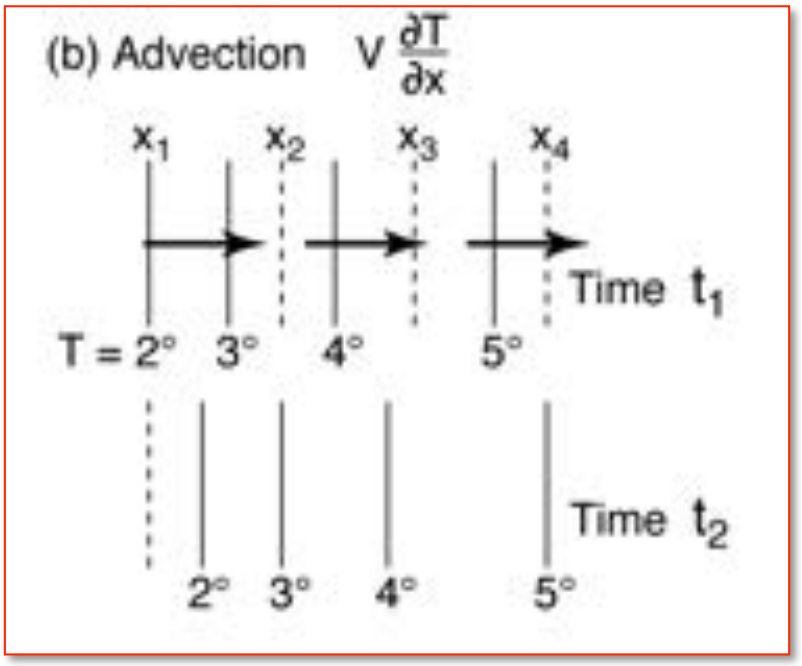
Advección

- Efecto on cambio temporal en la propiedad:

$$\partial T/\partial t = -u\, \partial T/\partial x$$

- La advección puede también actuar en la velocidad:

$$\partial u/\partial t = -u\, \partial u/\partial x$$



Fuerzas que actuan sobre un fluido geofísico

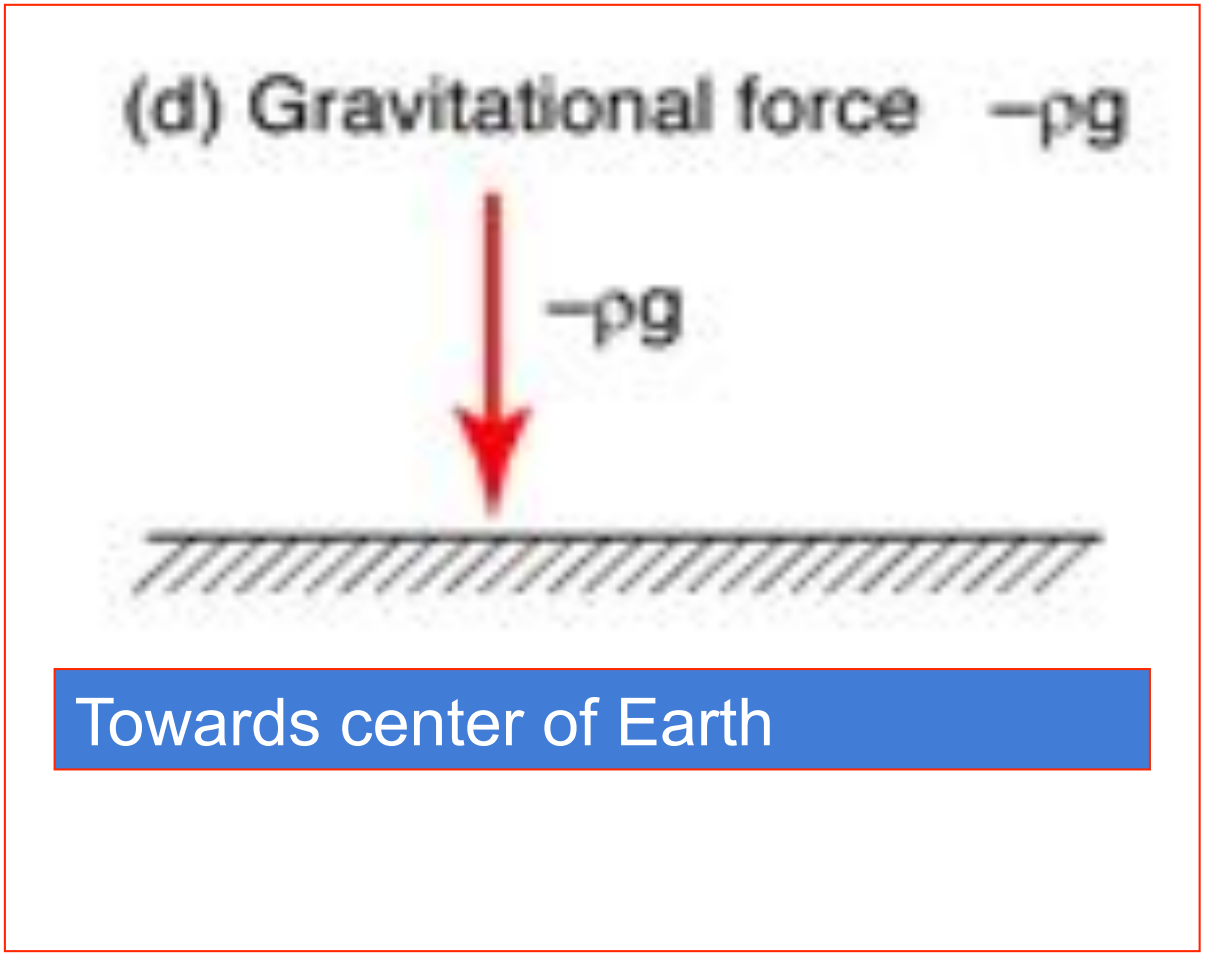
Gravedad g = 9.8 m/s^2

Fuerza del gradiente de presión

Fricción (disipación) (fuerza viscosa)

Fuerzas que actuan sobre un fluido geofísico

1. Gravedad: $g = 9.8\ m/s^2$
2. Fuerza del gradiente de presión
3. Fricción (disipación) (fuerza viscosa)

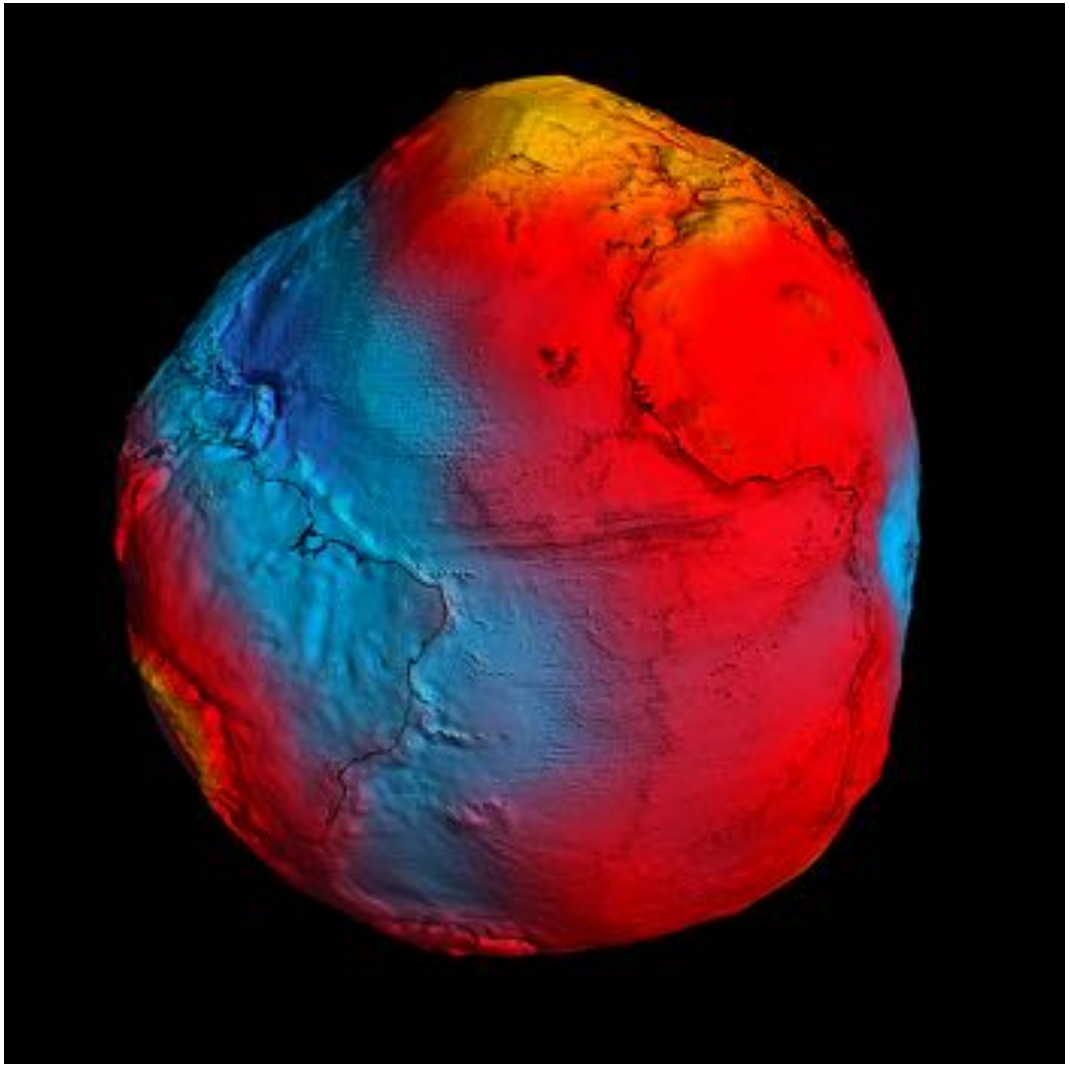


Fuerzas que actuan sobre un fluido geofísico

Gravedad: $g = 9.8\ m/s^2$

Cuál es la forma real de la superficie geopotencial de la tierra?

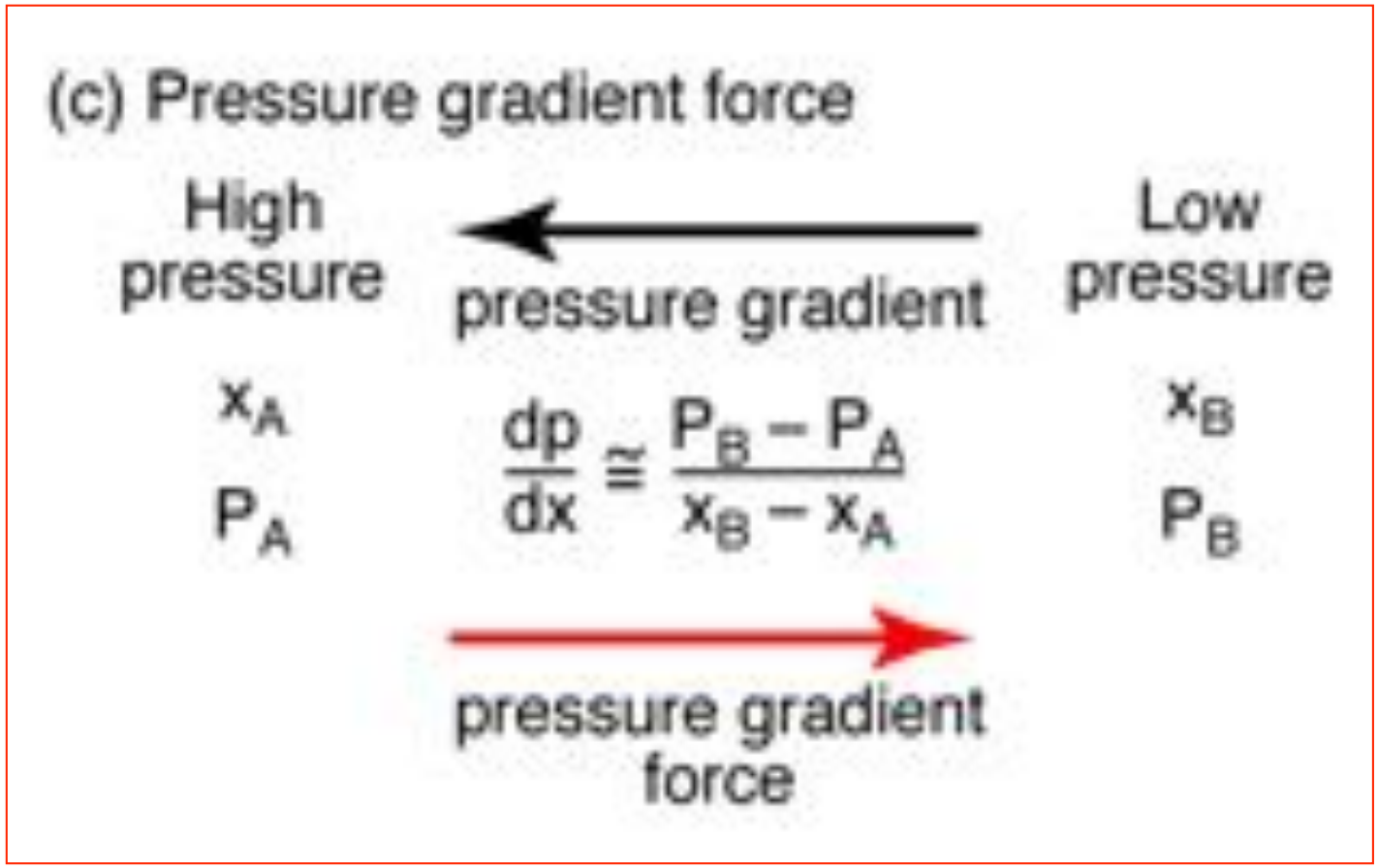
Geoide



http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2011/03/New_GOCE_geoid

Fuerzas que actuan sobre un fluido geofísico

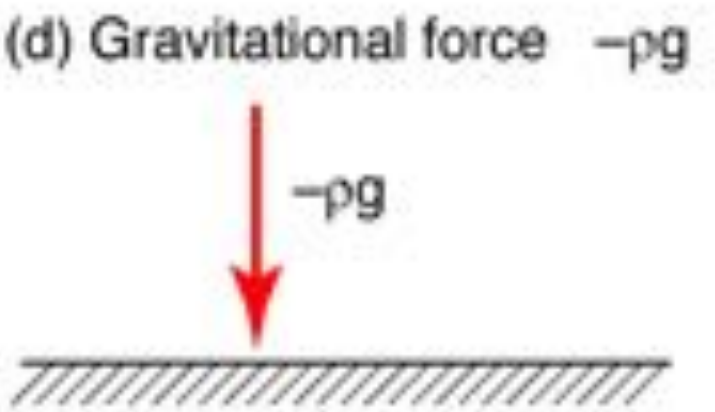
1. Gravedad
2. Fuerza del gradiente de presión
3. Fricción (disipación) (fuerza viscosa)



Fuerzas que actuan sobre un fluido geofísico: Balance en la vertical ("hidrostático")

1. Gravedad: $g = 9.8\ m/s^2$
2. Fuerza del gradiente de presión
3. Fricción (disipación) (fuerza viscosa)

El balance vertical (incluye ondas internas y de superficie):
Aceleración vertical +advección = fuerza gradiente de presión + gravedad + fuerzas viscosas



Towards center of Earth

Fuerzas que actuan sobre un fluido geofísico: Balance en la vertical ("hidrostático")

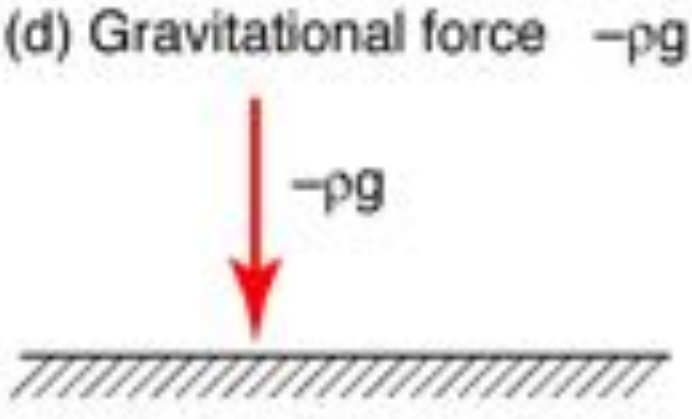
Balance hidrostático:

Es la dominante para muchos fenómenos. La aceleración y advección son pequeñas Términos viscosos muy pequeños

0 = FGP + gravedad

$0 = - \partial p/\partial z - \rho g$

$\partial p/\partial z = - \rho g$



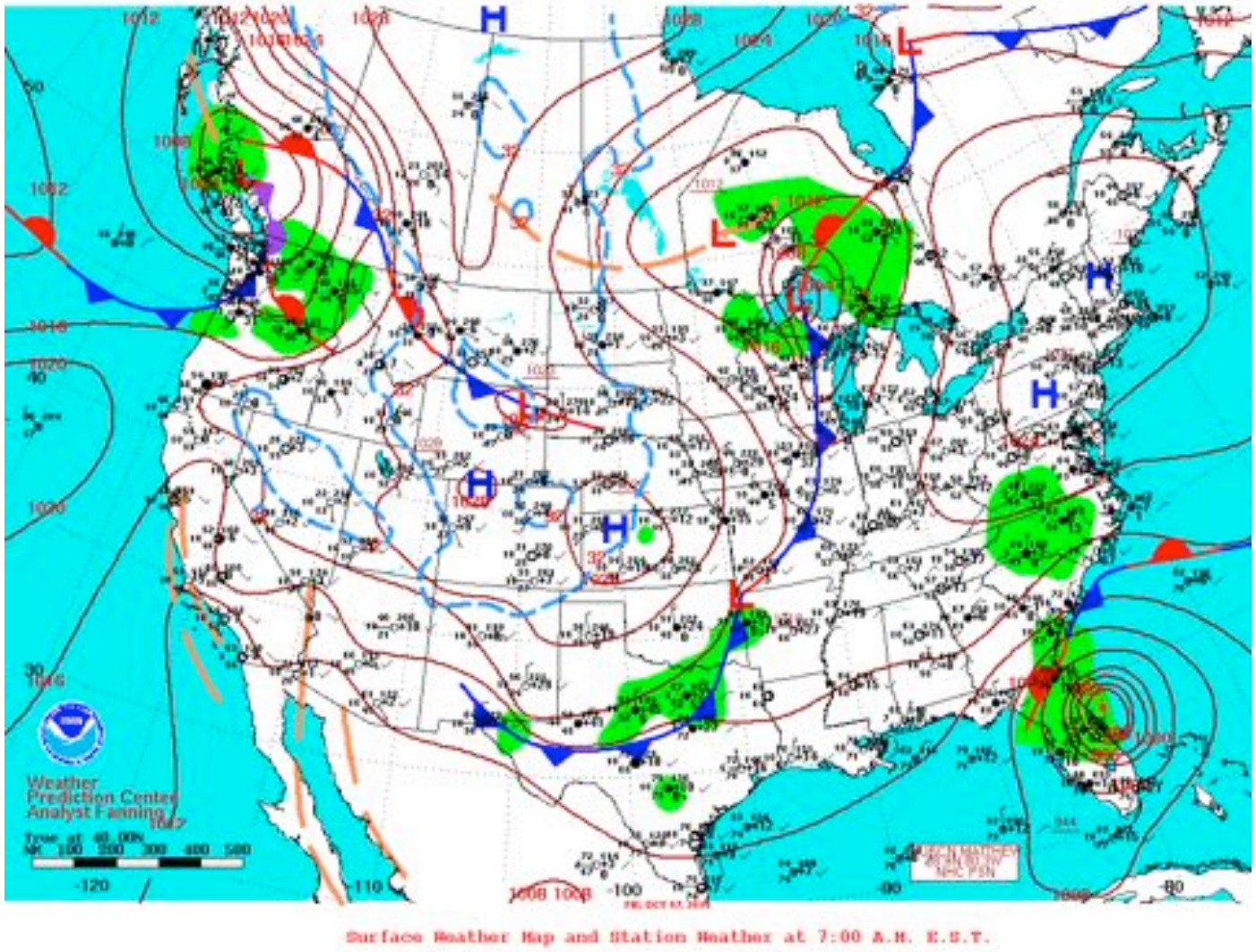
Towards center of Earth

Ejemplo de gradientes de presión en la horizontal

Mapa diario de presión a nivel de mar

(mapa IR de nubes)

10/29/2012



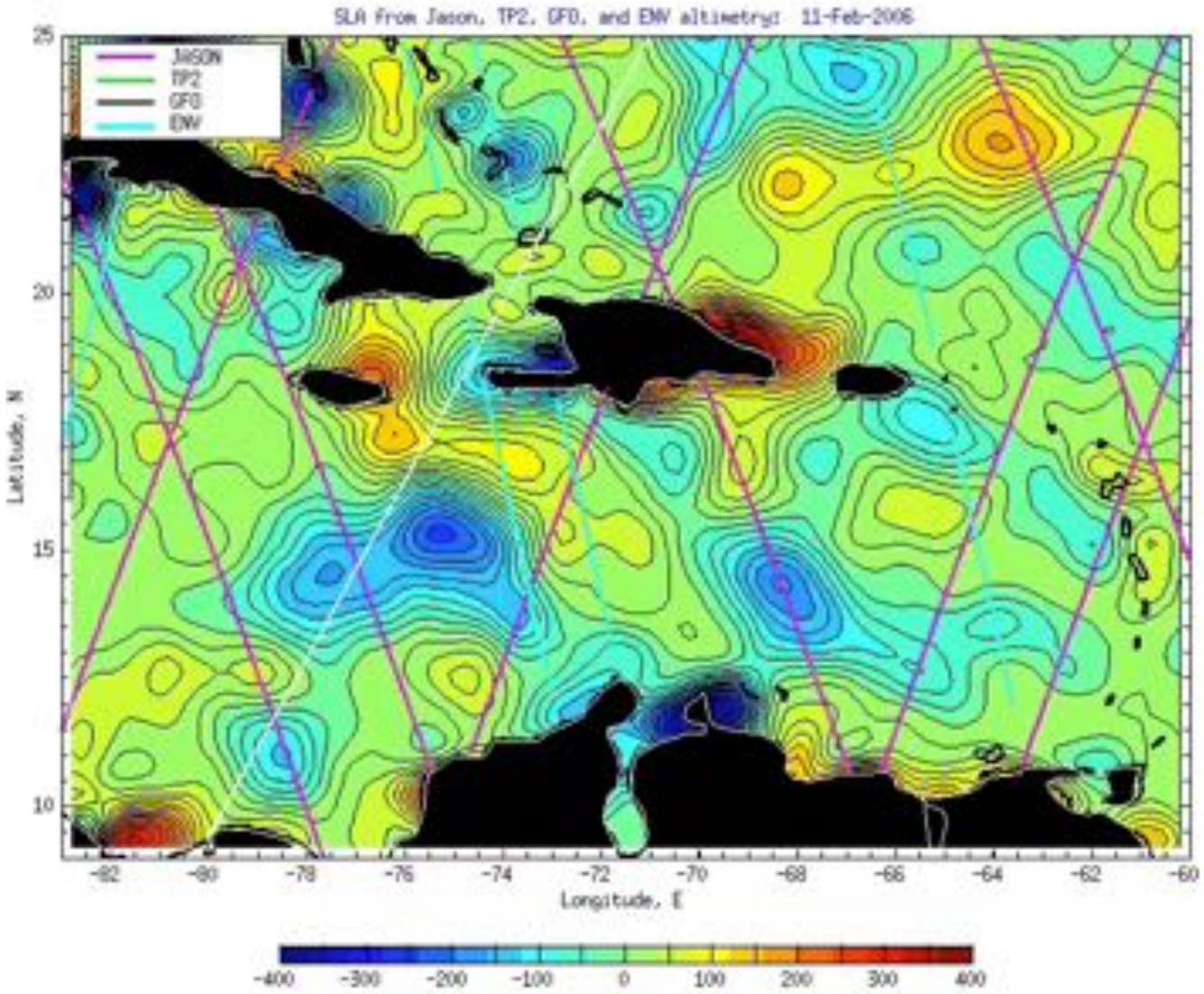
En la atmósfera la presión se mide a nivel de mar

http://www.weather.gov

Ejemplo de gradientes de presión en la horizontal

Mapa de nivel de mar

altimetría



http://www.whoi.edu/science/AOPE/people/valery/knorr.html

Fuerza del gradiente de presión horizontal

- Los cambios pequeños en corrientes producen cambios en la superficie, menores a 1 m. El gradiente de presión es difícil de medir directamente

1 m altura

Equivale a la presión de 1 dbar puesto que la densidad del agua es ~ 1000 kg/m^3

El gradiente de presión es de menor a mayor.

La fuerza de presión se dirige de mayor a menor

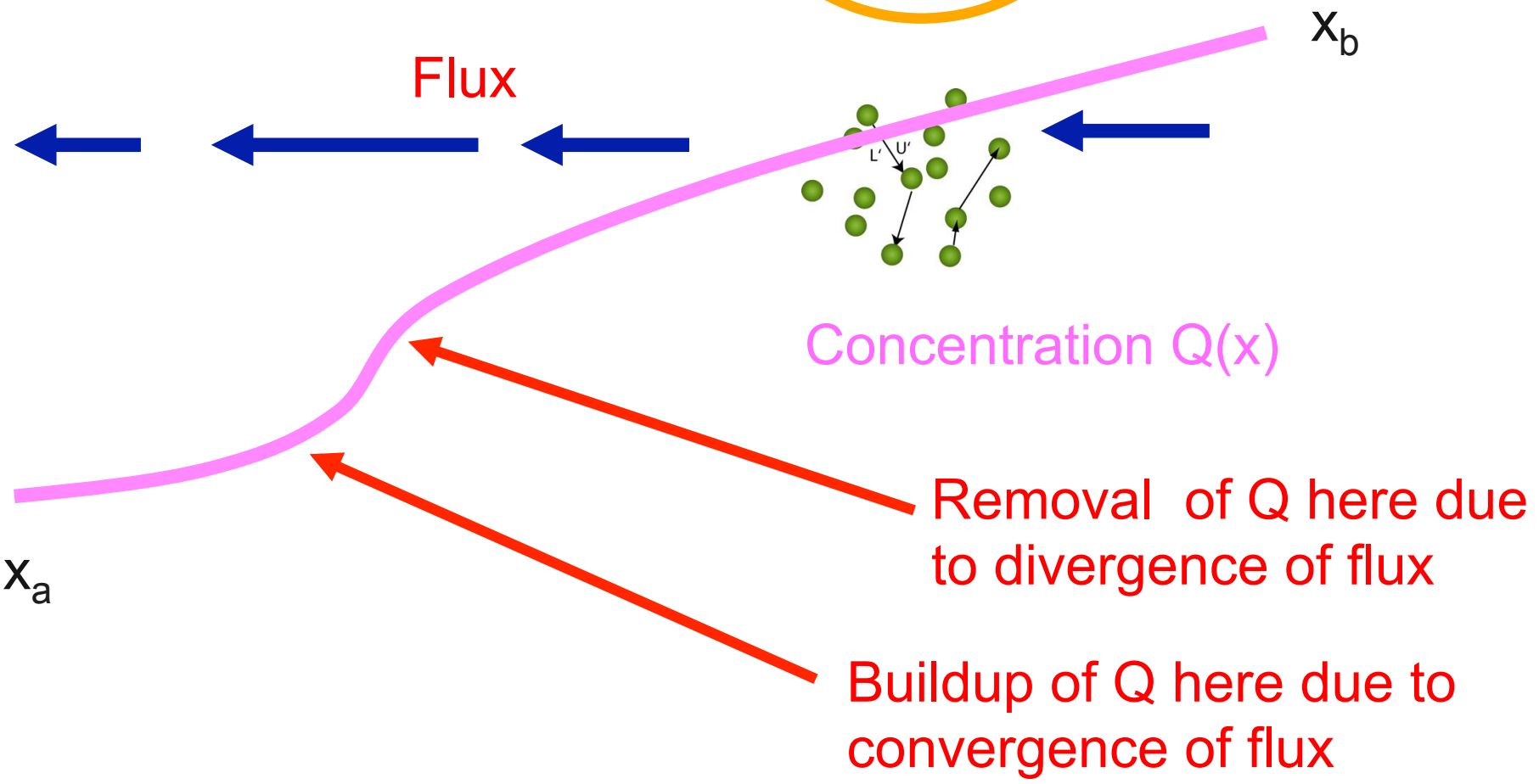
Mezcla, difusión y viscosidad

Cambio de Q en el tiempo = cambio del flujo de Q en el espacio

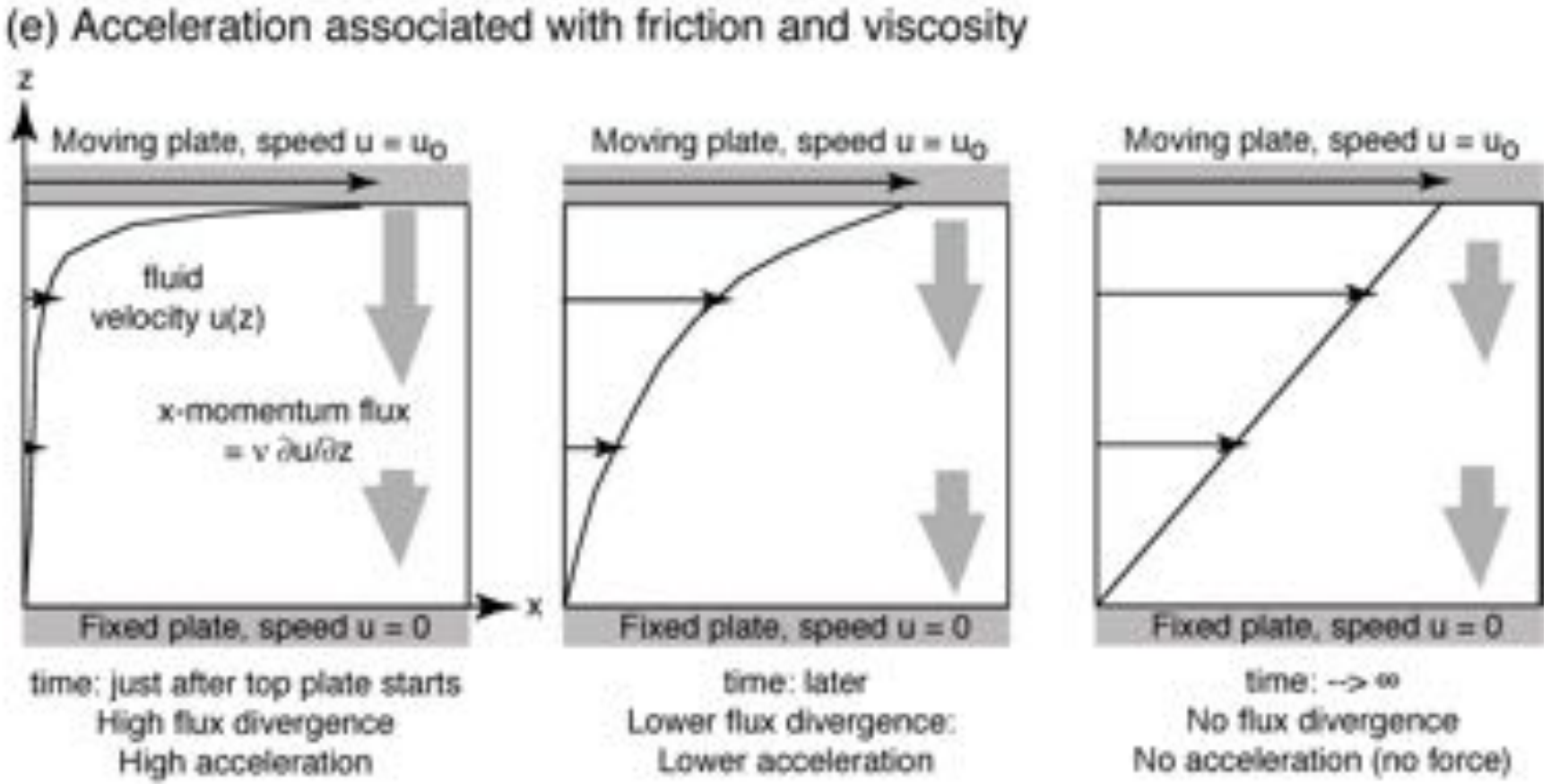
$\Delta Q/\Delta t = -\Delta Flujo/\Delta x$

$\partial Q/\partial t = \kappa\, \partial^2 Q/\partial x^2$

Difusión

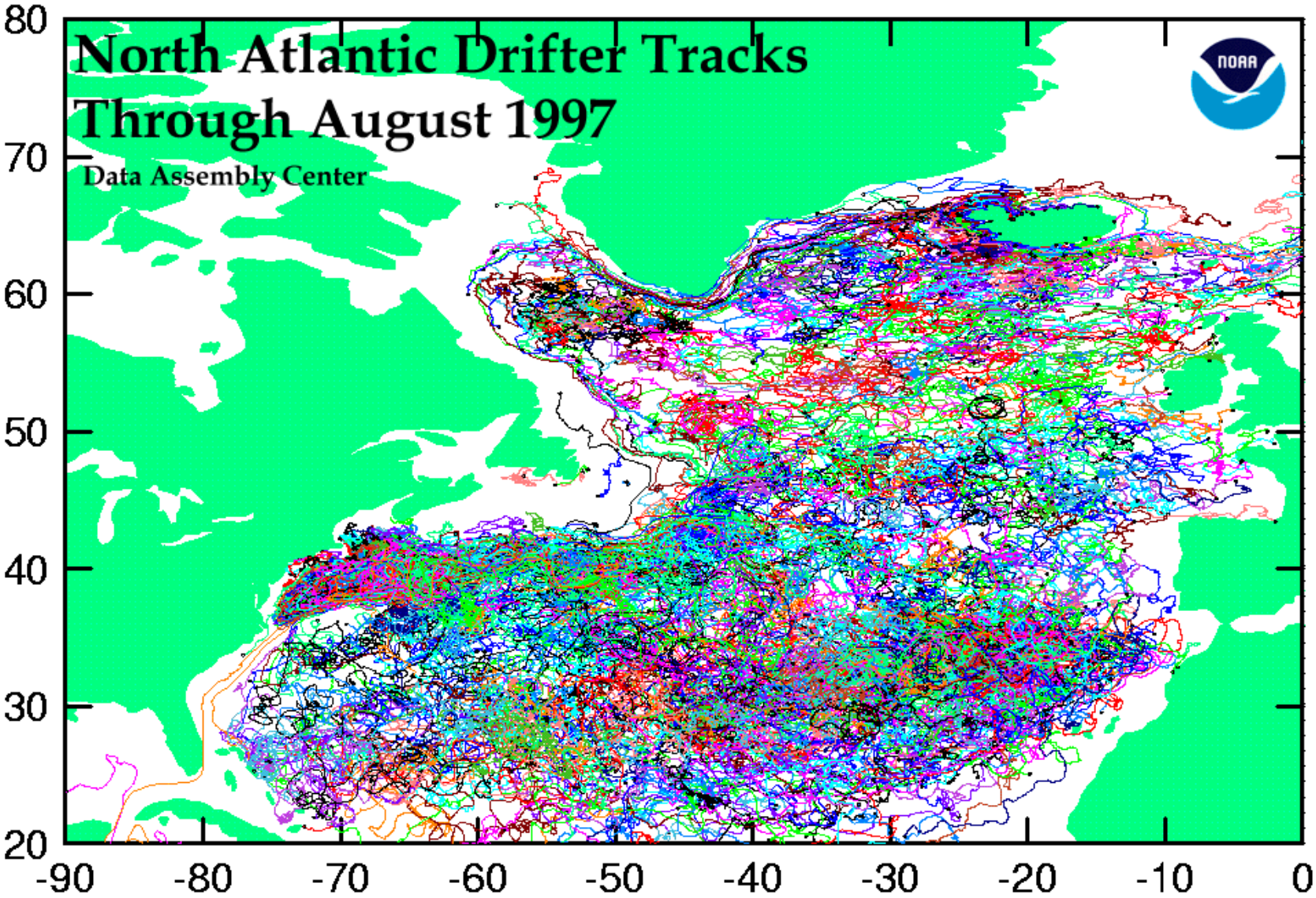


Acceleración debido a la viscosidad



Difusividad y viscosidad turbulentas

Ejemplo de boyas de deriva



- Difusividad y viscosidad turbulentas en el océano

$A_H = 10^4$ to 10^8 cm^2/s (horizontal) = 1 to 10^4 m^2/s
$A_V = 0.1$ to 1 cm^2/s (vertical) = 10^{-5} to 10^{-4} m^2/s

Balance de fuerzas (sin rotación)

Aceleración + advección =

FGP + gravedad+ viscosidad

Balance de fuerzas (con rotación)

Aceleración + advección =

FGP + Fcoriolis + gravedad+ viscosidad

Balance de fuerzas (con rotación)

Aceleración + advección =

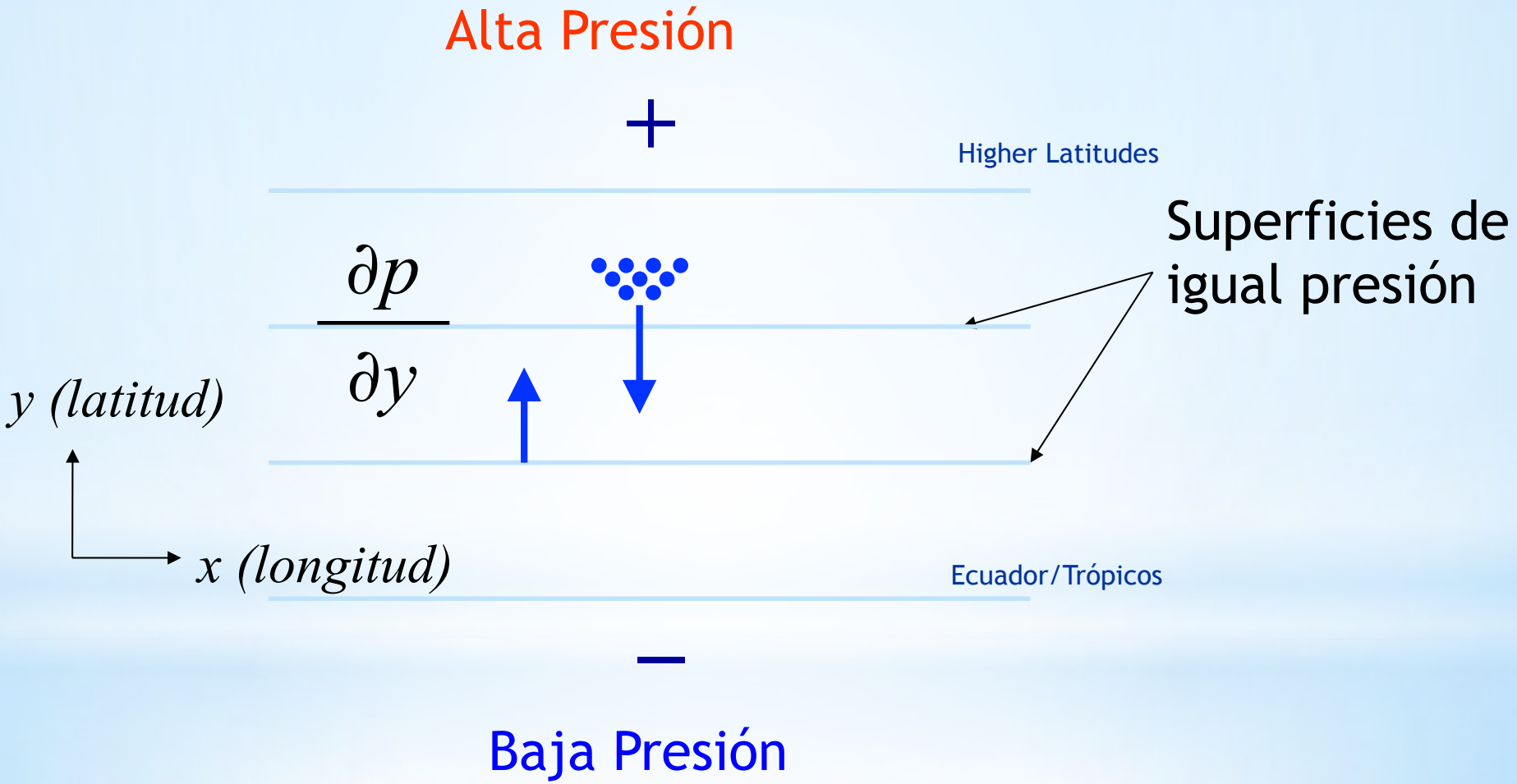
FGP + Fcoriolis + gravedad+ viscosidad

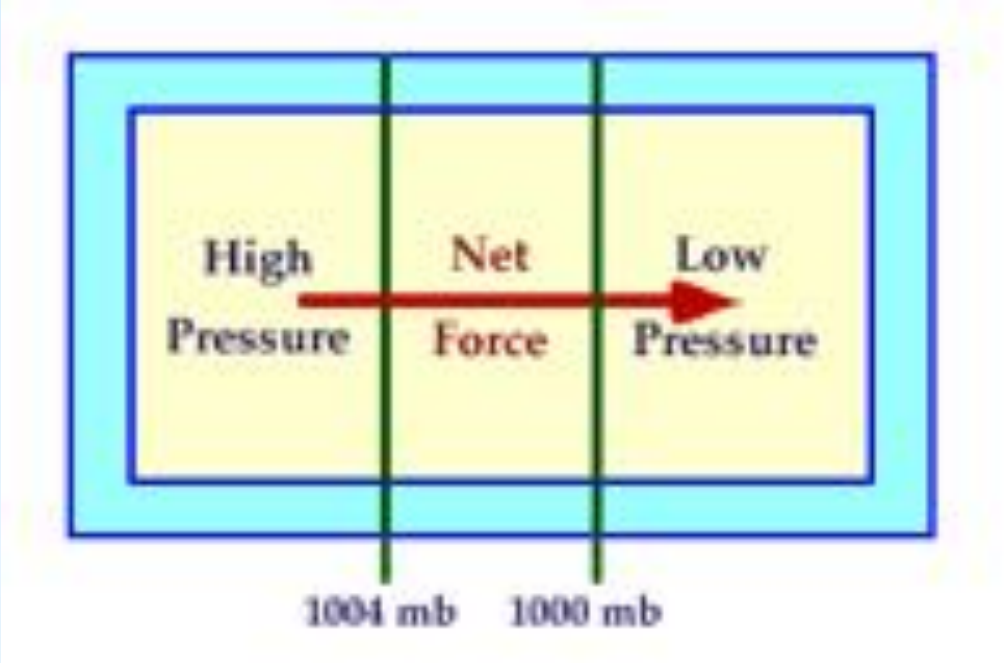
Aceleración + Advección =

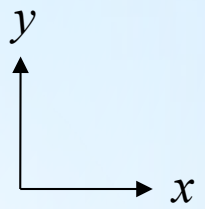
$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z}$$

Vista aérea de la presión atmosférica sobre la superficie del océano







$$-\nabla p$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}$$

Balance de fuerzas (con rotación)

Aceleración + advección =

FGP + Fcoriolis + gravedad+ viscosidad

FGP =

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}$$

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}$$

Balance de fuerzas (con rotación)

Aceleración + advección =

FGP + FCoriolis + gravedad+ **viscosidad**

FCoriolis: $-fv$

fu

Balance de fuerzas (con rotación)

Aceleración + advección =

FGP + Fcoriolis + gravedad+ **viscosidad**

Viscosidad:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(A_H \frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(A_H \frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(A_H \frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

Depende de los cortes verticales de la velocidad y del coeficiente de difusividad A_H

Balance de fuerzas (con rotación)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} - fv =$$

x:
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(A_H\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(A_H\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_H\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} + fu =$$

y:
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(A_H\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(A_H\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_H\frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} + (F_C \approx 0) =$$

z:
$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{\partial}{\partial x}\left(A_H\frac{\partial w}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(A_H\frac{\partial w}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(A_H\frac{\partial w}{\partial z}\right)$$

Balance de fuerzas: Corrientes Inerciales

x: $\partial u/\partial t$ + Advección $-fv =$ FGPx + Viscosidad

y: $\partial v/\partial t$ + Advección $+fu =$ FGPy + Viscosidad

z: ✗

El balance es entre aceleración local y Coriolis

x: $$\partial u/\partial t - fv = 0$$

y: $$\partial v/\partial t + fu = 0$$

Corrientes Inerciales: Balance de fuerzas

Tres ecuaciones aproximan este balance (los otros términos son muy pequeños):

Horizontal (x) (oeste-este)

aceleración + Coriolis = 0

$$\partial u/\partial t - fv = 0$$

Horizontal (y) (norte-sur)

aceleración + Coriolis = 0

$$\partial v/\partial t + fu = 0$$

Vertical (z) (hidrostática) (no importante aquí)

0 = FGP + gravedad efectiva

$$\frac{\partial u}{\partial t} = fv$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu$$

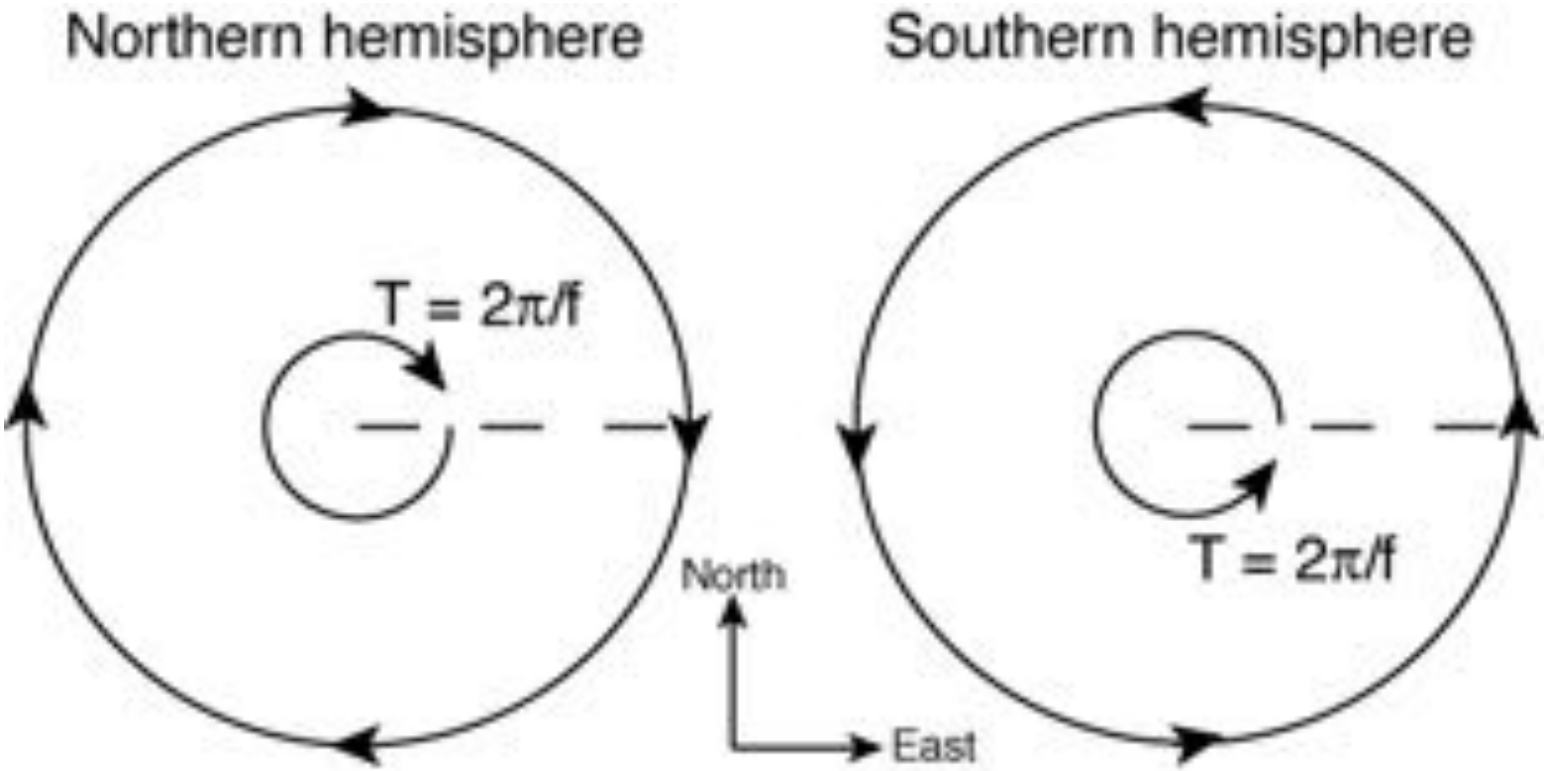
Cuya solución es:

$$u = U_0 \, sen \, ft$$

$$v = U_0 \cos ft$$

Corrientes Inerciales

Es un balance entre los términos de Coriolis y aceleración: El agua se desplaza y se mueve a la derecha (HN) en círculos



$$T_i = \frac{2\pi}{f} = \frac{2\pi}{2\Omega \ sen\ \theta}$$

$$= \frac{\pi}{\frac{2\pi}{24\,\mathrm{h}}\, sen\ \theta} = \frac{12\,\mathrm{h}}{sen\ \theta}$$

Período inercial

- mínimo en los polos (12 hrs)

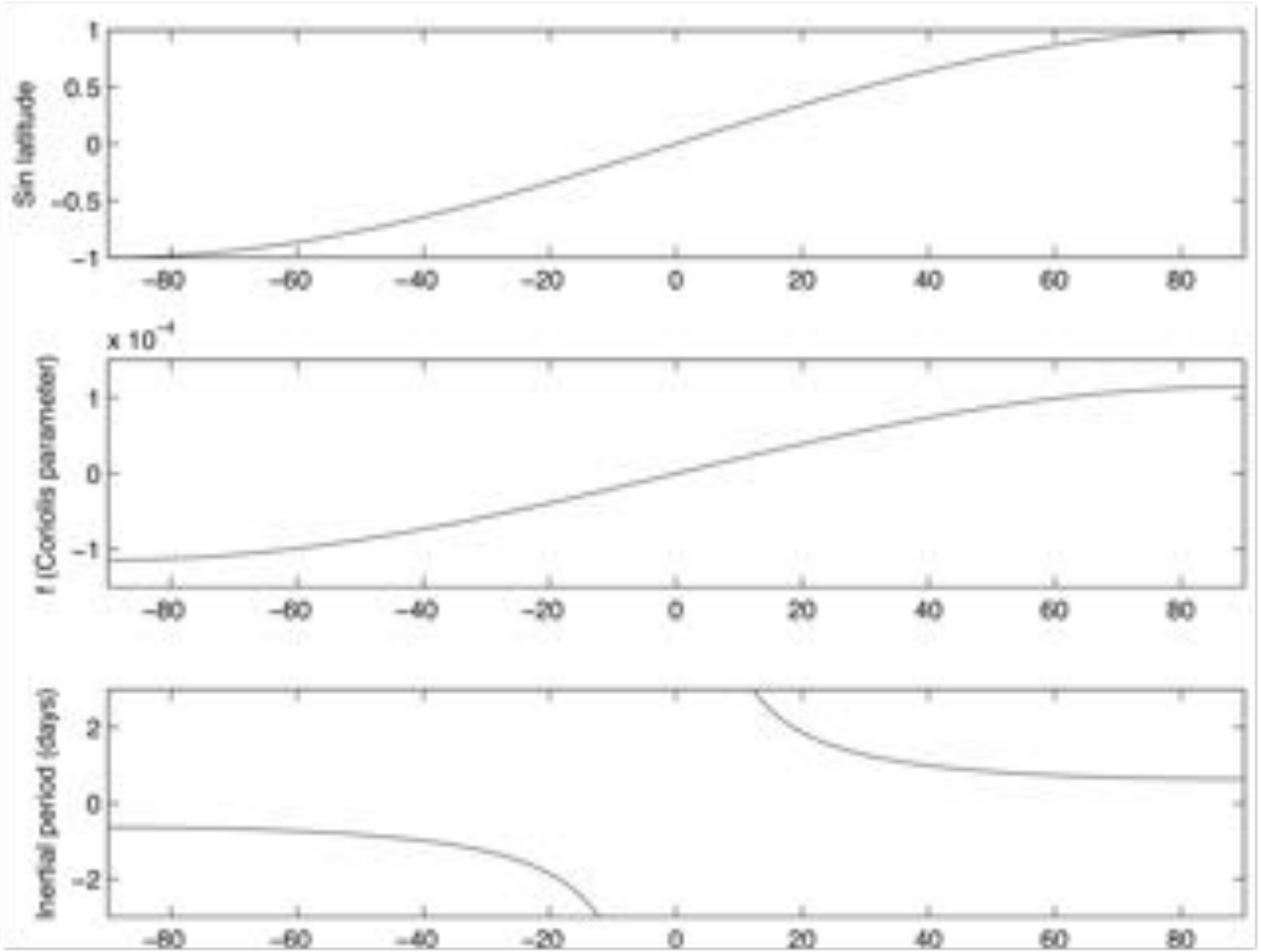
- máximo en el ecuador (infinito)

Período Inercial: $$T_i = \frac{2\pi}{f}$$

Radio Inercial: $$R = \frac{V}{f}$$

$$f = 2\Omega \, sen \, \theta$$

Corrientes Inerciales: periodos

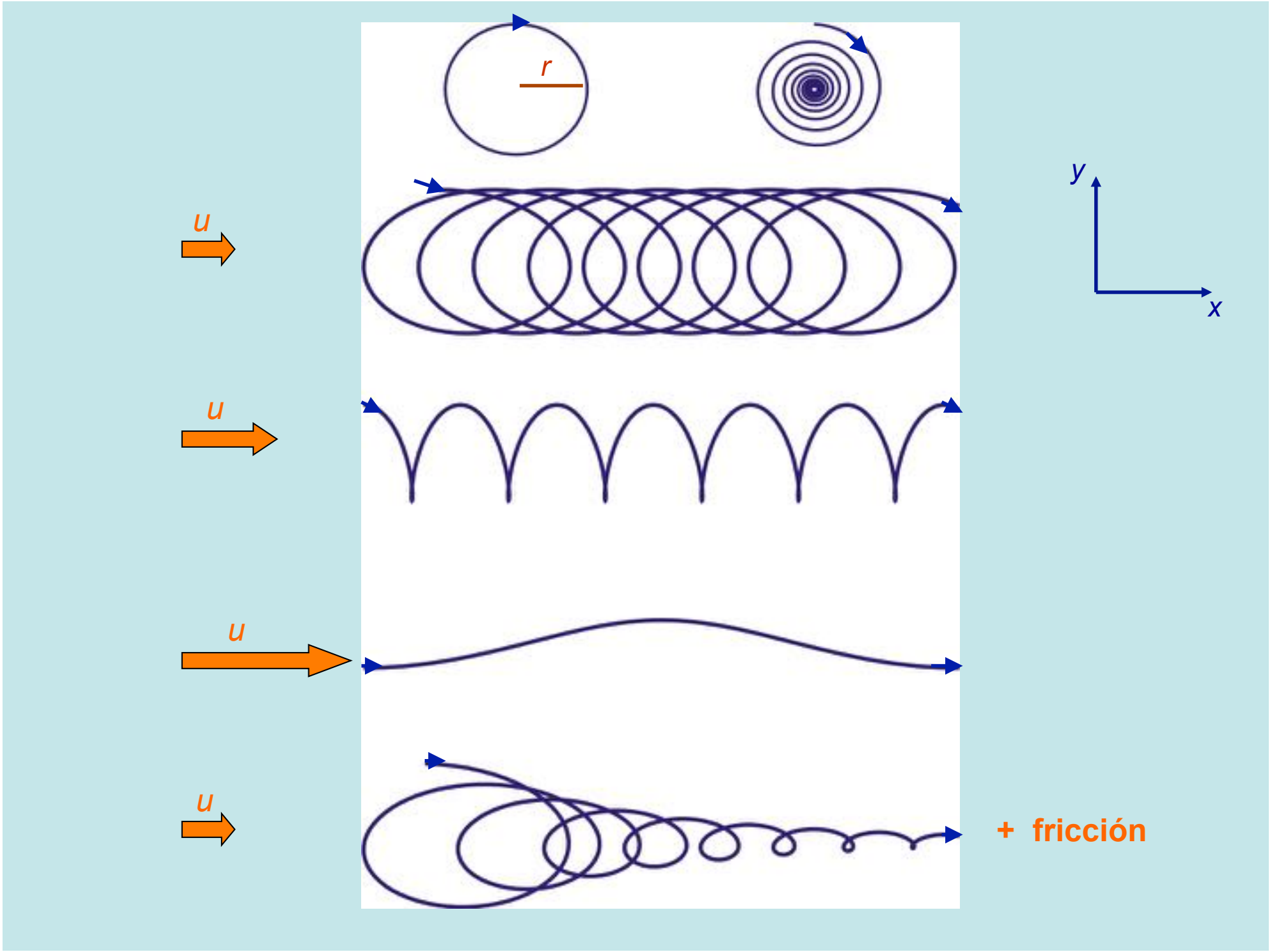


sen(φ)

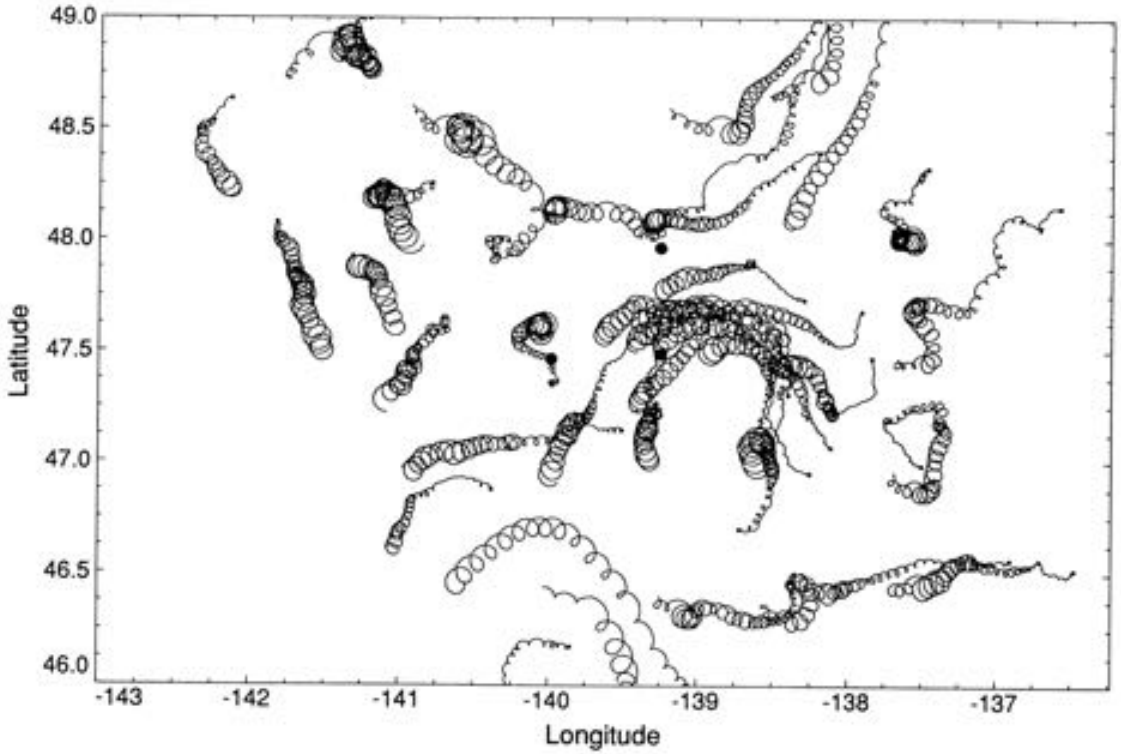
Parámetro
de Coriolis
$f = 2\Omega sen(\varphi)$

Período
Inercial
$T = 2\pi/f$

φ = latitud


r
u
u
u
u
y
x
+ fricción

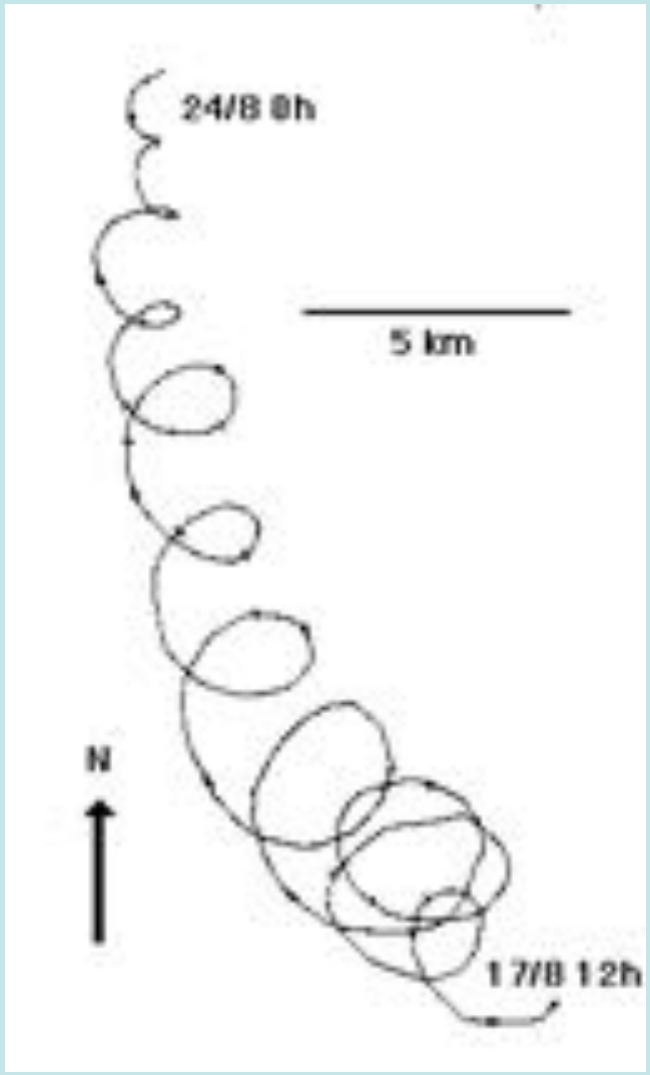
Coriolis en acción: Observaciones de Corrientes Inerciales

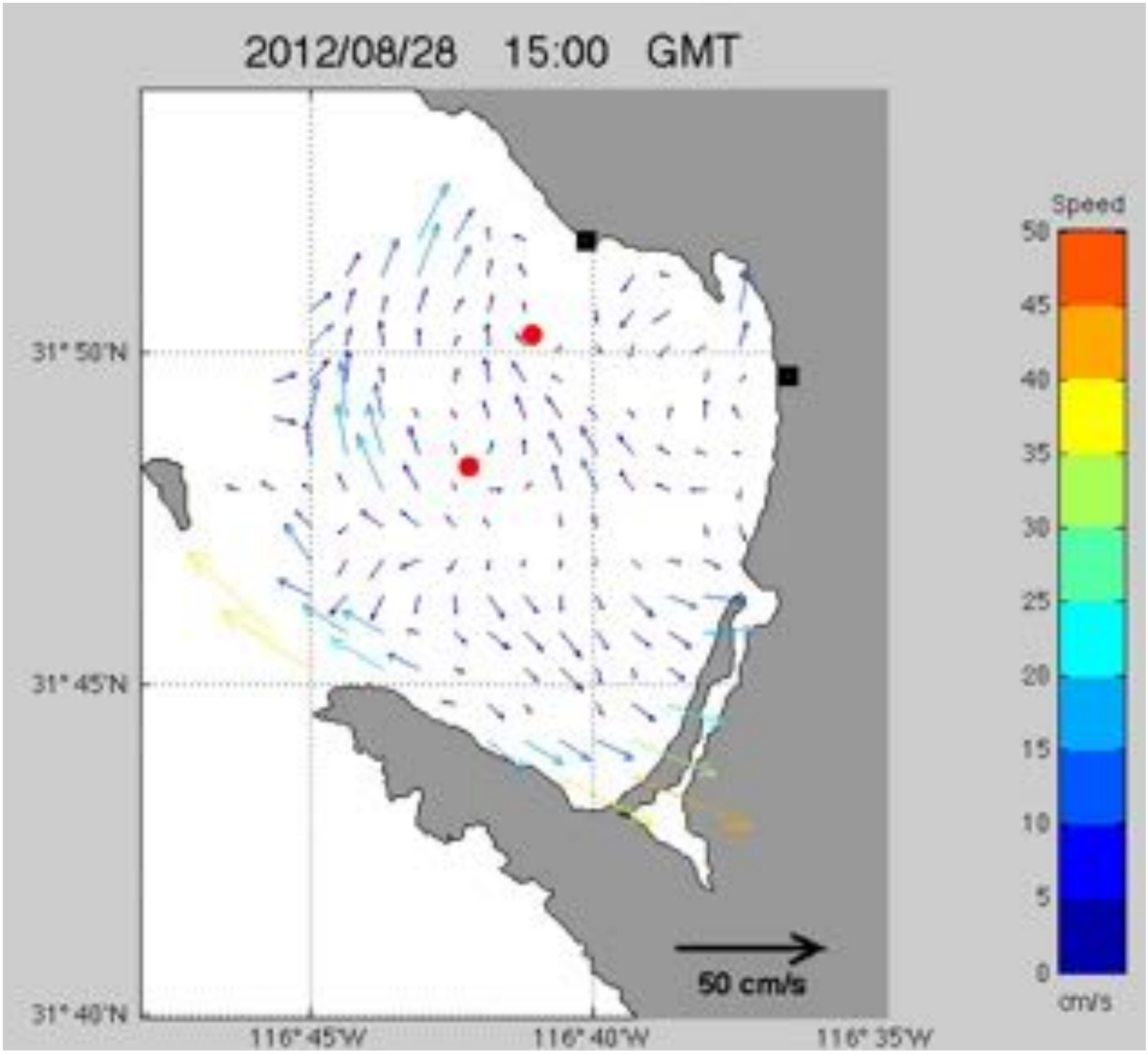


D'Asaro et al. (1995)

- Boyas de deriva en el Golfo de Alaska durante y después de una tormenta
- Desplazamiento y giro. El tamaño del giro disminuye debido a la fricción

Evidencias de corrientes inerciales. Mar Báltico (de la página de Tomczak)




2012/08/28 15:00 GMT
31° 50'N
31° 45'N
31° 40'N
116° 45'W
116° 40'W
116° 35'W
50 cm/s
Speed
50
45
40
35
30
25
20
15
10
5
0
cm/s